

PROGRAMME SEMAINE 10

Espaces vectoriels normés

Programme de la semaine 9

Normes.

Suites convergentes de vecteurs.

Topologie d'un EVN.

Limites de fonctions ; continuité.

Parties compactes d'un EVN

Valeur d'adhérence d'une suite.

Définition d'un compact (par la propriété de Bolzano-Weierstrass).

Tout compact est fermé et borné.

Tout fermé d'un compact est compact.

Une suite d'éléments d'un compact converge si, et seulement si, elle possède une unique valeur d'adhérence.

Une intersection non vide de compacts est un compact.

Une réunion finie de compacts est un compact.

Un produit fini de compact est un compact.

L'image continue d'un compact est un compact.

Théorème de Heine : toute fonction continue sur un compact est uniformément continue.

Compacité et dimension finie :

— Les parties compactes d'un EVN *de dimension finie* sont les parties fermées bornées.

— En dimension finie, une suite de vecteurs est convergente si, et seulement si, elle est bornée et admet une unique valeur d'adhérence.

Parties connexes par arcs d'un EVN

Pour toute partie non vide A d'un EVN :

A convexe $\implies A$ étoilé $\implies A$ connexe par arcs

L'image continue d'une partie connexe par arcs est connexe par arcs.

Composantes connexes par arcs.

Exercices de la banque CCP à préparer : 38, 41, 44, 45