

PROGRAMME SEMAINE 2

Révisions : algèbre linéaire, déterminants

Algèbre linéaire

Cf le programme de la semaine 1.

Déterminants

Déterminants de matrices, d'endomorphismes, de familles de vecteurs.

Caractérisation des matrices inversibles, des automorphismes, des bases.

Déterminant du produit de deux matrices, de la composée de deux applications linéaires.

Opérations sur les lignes et les colonnes d'un déterminant.

$\forall \lambda \in K, \forall A \in M_n(K), \det(\lambda A) = \lambda^n \det A$.

Déterminant d'une transposée.

Déterminant d'une matrice triangulaire, d'une matrice triangulaire par blocs.

Développement d'un déterminant par rapport à une ligne ou une colonne.

Comatrice.

$\forall A \in M_n(K), A {}^t(\text{Com} A) = {}^t(\text{Com} A) A = (\det A) I_n$.

$\forall A \in \text{GL}_n(K), A^{-1} = \frac{1}{\det A} {}^t(\text{Com} A)$.

Déterminants de Van der Monde.

Exercices de la banque CCP à préparer :

63 en remplaçant la question 3 par : « La matrice A_n est-elle inversible ? »

84

89

Remarque : les exercices 84 et 89 portent sur les nombres complexes (il n'y a pas beaucoup d'exercices portant spécifiquement sur les déterminants dans la banque publique).