

PROGRAMME SEMAINE 11

Séries ; ensembles dénombrables

Remarques :

- Les points fondamentaux étudiés en première année sont à très bien connaître : séries géométriques, séries de Riemann, une série à termes positifs converge ssi la suite de ses sommes partielles est majorée, théorème de comparaison des séries à termes positifs, utilisation des développements limités usuels pour étudier la convergence d'une série. . .
- La technique de comparaison série-intégrale n'a pas encore été abordée.

Séries vectorielles

Séries à valeurs dans un espace vectoriel *de dimension finie*.

Suite des sommes partielles.

Définition d'une série convergente, de sa somme, de la suite de ses restes.

Séries convergentes, absolument convergentes, divergentes, grossièrement divergentes.

Toute série absolument convergente est convergente.

Compléments sur les séries numériques

Règle de d'Alembert. Applications :

- exponentielle d'un nombre complexe.
- exponentielle d'une matrice carrée réelle ou complexe.

CSSA, avec majoration du reste.

Sommation des relations de comparaison \mathcal{O} , o , \sim

Ensembles dénombrables (démonstrations non exigibles)

Ensemble dénombrable, ensemble au plus dénombrable.

Sont dénombrables : \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , le produit cartésien de deux ensembles dénombrables, la réunion d'une famille au plus dénombrable d'ensembles dénombrables.

Ne sont pas dénombrables : \mathbb{R} et $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.

Exercices de la banque CCP à préparer : 6, 7, 40, 46, 54