

PROGRAMME SEMAINE 12

Séries. Familles sommables.
Suites et séries de fonctions (1/2)

Séries (cf semaine 11)

Familles sommables (démonstrations non exigibles)

Famille sommable de réels positifs.

Somme d'une famille de réels positifs (elle vaut $+\infty$ si la famille n'est pas sommable). Théorème de sommation par paquets.

Famille sommable de nombres complexes.

Somme d'une famille sommable de nombres complexes.

Théorème de sommation par paquets.

Invariance par permutation.

Cas d'une famille $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ indexée par \mathbb{N} : elle est sommable ssi la série $\sum_n u_n$ est absolument convergente.

Applications des familles sommables

Sommes de « suites doubles » (familles indexées par \mathbb{N}^2).

Produit de Cauchy de deux séries de nombres complexes.

Lorsque les deux séries sont absolument convergente, leur produit de Cauchy l'est aussi, de somme le produit des sommes des deux séries.

Suites et séries de fonctions (1/2)

Cadre : les fonctions sont définies sur une partie d'un EVN de dimension finie, vers un EVN de dimension finie.

Notions de convergence : convergence simple, convergence uniforme, convergence normale (dans le cas des séries de fonctions), convergence uniforme sur tout segment (dans le cas où l'ensemble de définition est un intervalle de \mathbb{R} ; cela implique la convergence au voisinage de tout point).

Continuité de la limite uniforme de fonctions continues (continuité en un point, continuité globale).

Théorème de la double limite.

Exercices de la banque CCP à préparer : 9, 11, 12, 13, 15, 53