

## PROGRAMME SEMAINE 20

### Espaces préhilbertiens

*Même programme que la semaine 19, avec en plus les endomorphismes symétriques :*

Endomorphisme symétrique d'un espace euclidien.

Exemple : parmi les projecteurs, les projecteurs symétriques sont les projecteurs orthogonaux.

Si  $\mathcal{B}$  BON de  $E$  et  $u \in \mathcal{L}(E)$ , alors :  
 $u$  endomorphisme symétrique  $\iff \text{Mat}_{\mathcal{B}}(u)$  matrice symétrique.

**Théorème spectral :**

Si  $u$  est un endomorphisme symétrique de l'espace euclidien  $E$ , alors  $E$  est somme directe orthogonale des sous-espaces propres de  $u$  et donc  $u$  est diagonalisable dans une BON de  $E$ .

Point de vue matriciel : toute matrice symétrique réelle  $S$  s'écrit

$$S = ODO^{-1} = OD {}^tO$$

avec  $O$  matrice orthogonale et  $D$  matrice diagonale réelle.

*Exercices de la banque CCP à préparer : 68, 81, 82, 92, 109, 110, 111 (les trois derniers exercices sont les trois qui restaient sur les probabilités).*