

Opérations sur les graphes

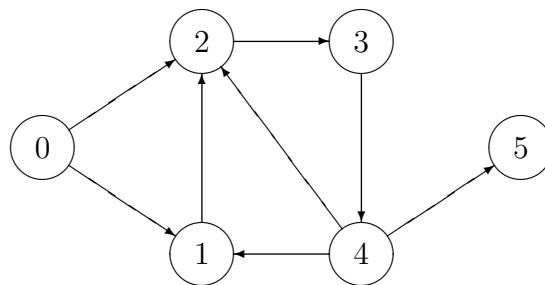
T.D.5.

On définit un graphe par ses listes d'adjacence ; à chaque sommet, on associe la liste ordonnée dans l'ordre strictement croissant de ses voisins. Sauf mention contraire, on considère des graphes orientés.

```
type graphe = int list array;;
```

Ainsi, si `g` est un graphe au sens de ce type, ses sommets sont les entiers entre 0 et la valeur `Array.length g -1` (nombre de sommets fixé au préalable et définitivement) et `g.(i)` est la liste des sommets voisins du sommet `i`.

1. Définir le graphe orienté représenté ci-dessous dans une variable `g` du type `graphe`. Par quelle variable de type `graphe` serait défini le graphe non orienté comportant les mêmes arêtes ?



2. Écrire une fonction `predecesseurs` qui prend un graphe orienté et un sommet `k` et qui renvoie la liste des sommets dont `k` est voisin. En déduire une fonction `transposition` qui prend un graphe orienté et renvoie le graphe obtenu en retournant tous les arcs.

3. Soit G un graphe, V l'ensemble de ses sommets et E l'ensemble de ses arêtes et f une application de V dans $\llbracket 1, N \rrbracket$. La fonction f est un coloriage de ce graphe si, pour tout $(i, j) \in E$, $f(i) \neq f(j)$. Écrire une fonction `coloriage` qui détermine si une fonction (donnée par un tableau) est un coloriage d'un graphe `g`.

4. Écrire une fonction `aux` qui étant donnés un graphe `g`, une liste `l` de certains sommets de ce graphe et un sommet `i` de ce graphe ajoute l'élément `i` à toutes les listes d'adjacence de `g` des sommets de la liste `l`.

En déduire une fonction `desoriente` qui convertit un graphe orienté en le graphe non orienté correspondant.

5. Écrire une fonction `puits` qui détermine si un graphe orienté possède un sommet qui est un puits total, c'est-à-dire un sommet x de degré entrant égal à $|S| - 1$ et de degré sortant nul.

6. Écrire une fonction `mcc` qui étant donné un graphe non orienté et deux sommets de ce graphe retourne un booléen indiquant si ces deux sommets sont dans une même composante connexe de ce graphe.