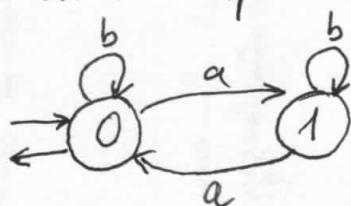


Exercice 1

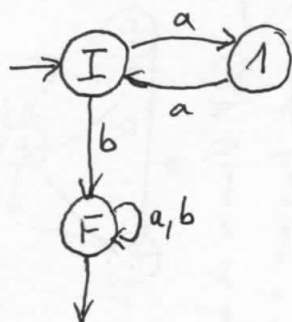
On peut considérer un automate à deux états : un état 0 dans lequel on se trouve quand on a lu un nombre pair de "a" (eventuellement nul) et un état 1 dans lequel on se trouve quand on a lu un nombre impair de "a". L'état 0 est à la fois l'état initial et final : ainsi le langage reconnu est celui des mots contenant un nombre pair de "a".



Cet automate est déterministe et complet.

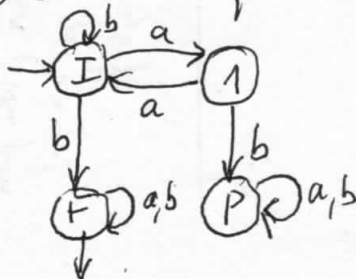
Exercice 2

On a besoin d'au moins trois états : deux états dans lesquels on se trouve quand on n'a lu que des "a", l'état initial quand on a lu un nombre pair de "a", et l'autre quand on a lu un nombre impair et l'état final auquel on accède en lisant un "b" depuis l'état initial.



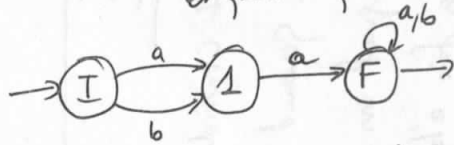
Cet automate est déterministe mais pas complet (de 1 ne fait aucune transition d'étiquette "b").

On peut le compléter en rajoutant un état "Poubelle" auquel on accède en lisant un "b" à partir de l'état 1 et dans lequel on demeure ensuite quelle que soient les lettres lues.

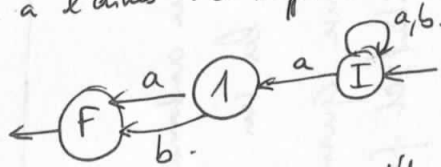


Exercice 3

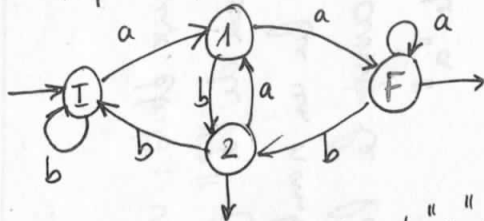
- a) 3 états suffisent : un état initial, un état qu'on atteint après lecture de la 1^{ère} lettre (q₁) et qu'on ne quitte ensuite pour l'état final qu'en lisant un a.



- b) Le langage considéré ici est celui des mots du langage précédent mais lus à l'envers : il suffit donc de "retourner" l'automate précédent.



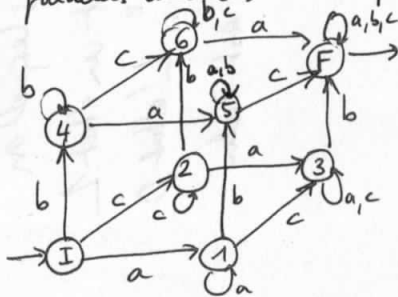
Cet automate n'est ni complet, ni déterministe. Pour avoir un automate complet et déterministe qui reconnaît le même langage, il faut rajouter un état, par exemple.



on se trouve en ① après lecture du mot "a" ou d'un mot se terminant par "ba"
 on se trouve en ② après lecture d'un mot se terminant par "ab"
 on se trouve en F après lecture d'un mot se terminant par "aa"
 on se trouve en I après lecture du mot vide, ou d'un mot se terminant par "bb" du mot "b"

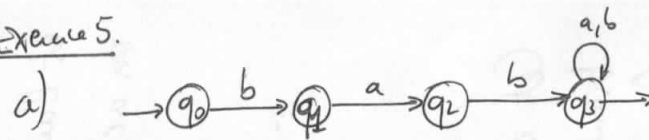
Exercice 4.

On peut considérer un automate à 8 états qui sont les sommets d'un cube. Les arêtes du cube parallèles entre elles étant étiquetées par la même lettre.

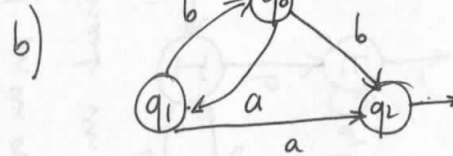


Automate
complet
et déterministe.

Exercice 5.



Le langage reconnu est celui des mots commençant par bab soit $bab\Sigma^*$



Notons $(ab)^*$ l'ensemble des mots obtenus en concaténant un nombre fini de mots tous égaux à ab (éventuellement le mot vide). Alors l'automate précédent reconnaît les mots de $(ab)^*$ (cas où l'état final est q_0) et les mots obtenus en concaténant un mot de $(ab)^*$ avec le mot b ou le mot a (selon pour terminer la lecture en q_2 en venant de q_0 ou de q_1 via q_0) donc le langage reconnu est $(ab)^* \cdot \{ \epsilon, ab \}$.