MP 2020/2021

DM n°1

Thème(s) : Révisions Electricité MPSI

ÉTUDE DE QUELQUES MONTAGES ELECTRONIQUES

Partie A : Condensateur

I. Charge d'un condensateur

Soit le montage de la figure **A.1**, dans lequel un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C sont associés en série. Ce circuit « R, C » peut être relié à un générateur de tension constante, de f.é.m. (force électromotrice) E, selon les modalités suivantes :

– $t < 0$: interrupteur **K** en position **(1)** afin de décharger totalement le condensateur ;
– $t \geq 0$: interrupteur en position **(2)** afin de charger progressivement le condensateur.

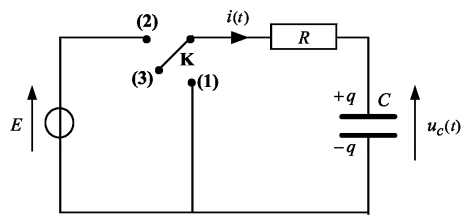

Figure **A.1**

Il est rappelé que la tension $u_c(t)$ entre les bornes du condensateur est reliée à la charge $q(t)$ de ce dernier par l'égalité $q(t) = C\, u_c(t)$. Les données de l'énoncé sont R, C et E.

1. Par application de la loi de maille, établir, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.
2. Rappeler l'expression, en fonction des données de l'énoncé, de la constante de temps τ du circuit.
3. Déterminer la fonction $u_c(t)$ au cours de la charge du condensateur.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction $u_c(t)$.

II. Décharge du condensateur à travers une bobine idéale

Au bout d'un temps de charge très long du condensateur (§ **A.I.**), donc en régime établi, l'interrupteur **K** est déplacé en position **(3)**. Le second interrupteur **K'**, initialement en position **(1')**, est alors basculé en position **(2')** à un instant pris comme instant origine $t = 0$: le condensateur chargé est donc relié à une bobine supposée idéale d'inductance pure L (figure **A.2**).

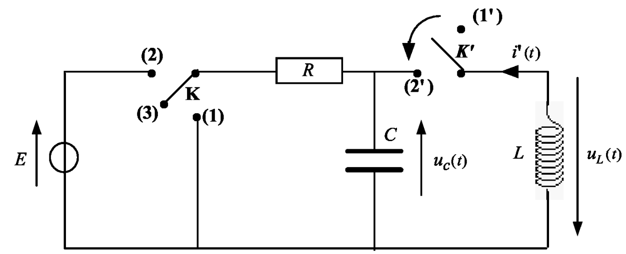

Figure **A.2**

Les données de l'énoncé sont L, C et E. Il est rappelé que la tension aux bornes de la bobine, parcourue par le courant $i'(t)$, s'écrit $u_L(t) = L\,\dfrac{di'(t)}{dt}$.

1. Exprimer, en fonction de certaines données de l'énoncé, la charge initiale q_o du condensateur au moment de la fermeture de l'interrupteur **K'**.
2. Par application de la loi de maille du circuit, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.
3. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.

III. Oscillations réelles

En réalité, la courbe représentative de la tension $u_c(t)$ est pseudo-périodique (figure **A.3**). L'amortissement constaté est dû à la présence d'une résistance dans la maille « L, C » : la bobine qui était supposée idéale est en fait résistive, de résistance r.

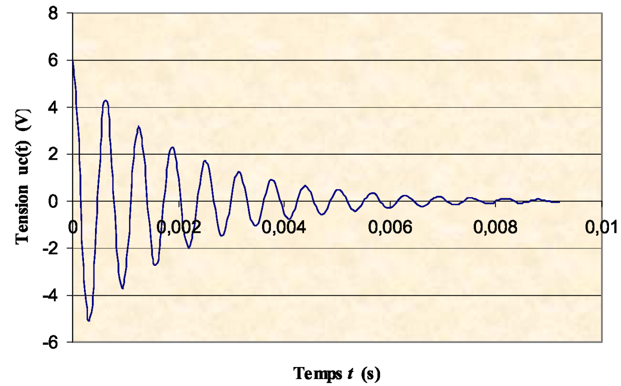

Figure **A.3**

Les données de l'énoncé sont r, L, C et E.

1. Quel appareil pourrait permettre de visualiser et d'étudier la tension $u_c(t)$?
2. La maille à considérer comporte désormais un condensateur de capacité C, initialement chargé ($q_{(t=0)} = q_o$), qui se décharge à partir du temps $t = 0$ (fermeture de l'interrupteur **K'**) dans le groupement série « r, L ». Montrer que l'équation de maille du circuit « r, L, C » série permet d'établir une équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.
3. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.
4. *Application numérique* : $L = 1{,}00 \times 10^{-2}$ H ; $C = 1{,}00 \times 10^{-6}$ F ; $E = 6{,}00$ V.
   a) Quelle aurait été la valeur numérique de la pulsation propre ω_o du circuit dans l'hypothèse d'une bobine non résistive ($r = 0$), donc en l'absence d'amortissement.
   b) Une mesure de la pseudo-période donne $T = 6{,}30 \times 10^{-4}$ s. Calculer la pseudo-pulsation Ω et en déduire la valeur numérique de la résistance r de la bobine.
5. Quelle aurait été l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ avec une résistance r très élevée ?

Partie B : Obtention d'un filtre ADSL

Les lignes téléphoniques acheminent les signaux téléphoniques traditionnels (fréquences f comprises entre 0 et 5,0 kHz) qui permettent les échanges de conversation et les signaux informatiques « Internet » (fréquences f comprises entre 25 kHz et 2,5 MHz) (figure **B.1**). Le but de cette partie est d'étudier un filtre qui permet de « récupérer » un seul type de signaux.

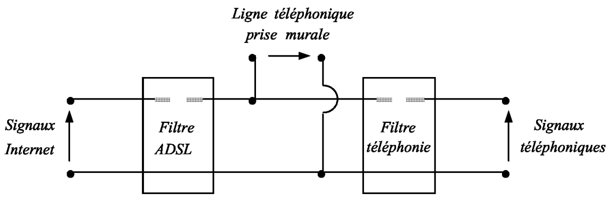

Figure **B.1**

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec $j^2 = -1$).

I. Questions préliminaires

Le montage de la figure **B.2**, alimenté par une tension u et parcouru par un courant i, est constitué de deux impédances Z_1 et Z_2 associées en série.

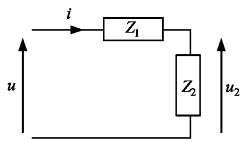

Figure **B.2**

1. Exprimer (démonstration non exigée) la tension complexe $\underline{u_2}$ en fonction des grandeurs complexes $\underline{Z_1}$, $\underline{Z_2}$ et $\underline{u}$.
2. Comment se nomme un tel montage ?

II. Les deux types de filtres

Quatre grands types de filtres sont disponibles : filtres passe-bas, passe-haut, coupe-bande et passe-bande.
1. Préciser, sans calcul, le type de filtre à utiliser pour ne « récupérer » que les signaux informatiques.
2. Même question pour les signaux « téléphoniques » (destinés à la conversation).
3. Donner, sans démonstration, un ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c nécessaire.

III. Étude d'un filtre

Soit le filtre suivant, constitué de deux résistors identiques de résistance R et de deux bobines idéales identiques d'inductance L. La tension d'alimentation et la tension de sortie de ce quadripôle s'écrivent respectivement : $u_e = U_{e,m} \cos \omega t$ et $u_s = U_{s,m} \cos (\omega t + \varphi)$ (figure **B.3**).

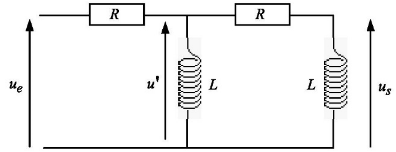

Figure **B.3**

1. En dessinant un schéma équivalent en basse fréquence ($f \to 0$), puis en haute fréquence ($f \to +\infty$), déterminer, sans calcul, la nature (ou le type) de ce filtre. En déduire la nature des signaux que ce quadripôle laisse « passer ».

*La réponse proposée à la question § **B.I.1.** peut être utilisée pour résoudre la question suivante (§ **B.III.2.**).*

2. Exprimer, d'une part, la tension de sortie complexe $\underline{u_s}$ en fonction des grandeurs $\underline{u'}$, R et $\underline{Z_L}$ (impédance complexe de la bobine), puis, d'autre part, la tension complexe $\underline{u'}$ en fonction des grandeurs R, $\underline{u_e}$ et $\underline{Z_L}$.
3. Il est rappelé que l'impédance complexe de la bobine s'écrit $\underline{Z_L} = jL\omega$. Écrire la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ de ce filtre sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{A}{B + jC}$, avec A, B et C constantes réelles, puis sous la forme $\underline{H}(jx) = \dfrac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}$, avec x pulsation réduite : $x = \dfrac{\omega}{\omega_o}$.
4. En déduire l'expression de ω_o en fonction de R et L et la valeur numérique du gain maximal G_{max}.
5. Donner les expressions, voire les valeurs numériques approchées le cas échéant, du gain, en décibels, $G_{dB} = 20 \log |\underline{H}(jx)|$ pour $x \to 0$, $x = 1$ et $x \to +\infty$. Rassembler ces résultats dans le tableau ci-dessous (<u>tableau à recopier</u>) :

Valeurs de x	$x \to 0$	$x = 1$	$x \to +\infty$
G_{dB} (décibels)			

6. En déduire le diagramme de Bode asymptotique $G_{dB} = f(\log x)$ de ce filtre. Esquisser, sur ce graphe, l'allure de la courbe réelle correspondante.
7. *Application numérique* : $L = 1{,}40 \times 10^{-3}$ H ; $f_c = 1{,}50 \times 10^{4}$ Hz.
   La valeur numérique de la pulsation réduite de coupure est établie par le calcul : $x_c = 2{,}67$. Calculer la résistance R des résistors à utiliser pour fabriquer le filtre.