

## DM n°5

Thème(s) : Thermodynamique -Thermochimie

## EXERCICE N°1 : TEMPERATURE A L'INTERIEUR DE LA TERRE

La Terre est assimilée à une sphère homogène de rayon  $R = 6\,370\text{ km}$  et de masse volumique  $\rho = 2\,800\text{ kg.m}^{-3}$ .

La température à l'intérieur de la Terre est une fonction de  $r = OM$  distance entre le point d'étude  $M$  et la centre de la Terre  $O$  ; elle est notée  $T(r)$  et décroît en fonction de  $r$ .

La température à la surface de la Terre est  $T_0 = 290\text{ K}$ .

On suppose que le régime permanent de refroidissement de la Terre est atteint.

La conduction est le seul mode de transfert thermique envisagé et la conductivité thermique de la Terre,  $\lambda = 4\text{ W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}$ , est supposée uniforme.

Dans cette modélisation simplifiée, on définit deux zones :

- du centre de la Terre jusqu'à la limite de la lithosphère en  $r_m = 6\,280\text{ km}$  soit pour  $0 \leq r \leq r_m$ , il n'y a aucune source de production de « chaleur ».
- pour l'ensemble de la lithosphère (d'une épaisseur de  $90\text{ km}$ ), soit pour  $r_m \leq r \leq R$ , on tient compte de la source de chaleur que constitue la radioactivité d'éléments, essentiellement l'uranium. Ces sources radioactives dégagent, dans la lithosphère, une puissance thermique par unité de masse notée  $H = 5.10^{-10}\text{ W.kg}^{-1}$  supposée constante et uniforme.

- 1) À partir d'un bilan d'énergie portant sur une coquille sphérique d'épaisseur  $dr$ , sans source thermique, comprise entre deux sphères, une de rayon  $r$  et l'autre de rayon  $r + dr$ , montrer que l'équation de diffusion s'écrit, pour  $0 \leq r < r_m$  :

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

- 2) Intégrer cette relation afin d'obtenir l'évolution de la température en fonction de  $r$ . Exprimer  $T(r)$  en fonction de deux constantes d'intégration  $A$  et  $B$ . Quelle condition aux limites permet de déterminer la valeur de l'une d'entre elles ? Quelle est la signification de l'autre ? Commenter les résultats de la densité de flux thermique  $J_{th}$ , et  $T(r)$  obtenus dans cette zone.
- 3) En considérant une coquille sphérique similaire à celle définie plus haut, mais pour  $r_m \leq r \leq R$ , faire un nouveau bilan d'énergie et en déduire la nouvelle équation de diffusion.
- 4) Déduire de l'équation précédente l'évolution de la température dans la lithosphère en fonction de  $r$ , de différents paramètres, et de deux constantes d'intégration  $C$  et  $D$ .
- 5) Quelles conditions aux limites doit-on appliquer à la lithosphère ? En déduire  $C$  et  $D$  en fonction de  $T_0$ ,  $R$ ,  $r_m$ ,  $\rho$ ,  $H$  et  $\lambda$ , puis donner, pour la lithosphère, l'expression de la température en fonction de  $r$ .
- 6) Tracer sommairement la fonction  $T(r)$  dans la Terre, puis calculer numériquement la température  $T_c$  au centre de la Terre ainsi que le gradient de température  $dT/dr$  en  $\text{K.km}^{-1}$  à la surface de la Terre.
- 7) Exprimer le flux thermique total  $\Phi$  en surface de la Terre en fonction de la puissance radioactive dissipée  $P_d$  ; commenter ce résultat et faire l'application numérique.

## EXERCICE N°2 : LE CALCIUM DANS L'INDUSTRIE CIMENTIERE

On s'intéresse dans cet exercice à quelques aspects de la chimie cimentière.

Historique

*Le mélange de chaux, d'argile, de sable et d'eau est un très vieux procédé de construction. En effet, les Egyptiens l'utilisaient déjà 2600 ans avant J.-C.*

*Au début de notre ère, les Romains perfectionnèrent ce « liant » en y ajoutant de la terre volcanique de Pouzzoles, qui lui permettait de prendre sous l'eau.*

*Toutefois, la découverte du ciment est attribuée à **Louis Vicat**, jeune ingénieur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées qui, en 1818, fut le premier à fabriquer, de manière artificielle et contrôlée, des chaux hydrauliques dont il détermina les composants ainsi que leur proportion.*

Actuellement

*« A la New York State Recycling Conference, N. Neithalath a rappelé que « le deuxième produit le plus consommé après l'eau dans le monde est le béton. Aujourd'hui le monde consomme, annuellement, 12 milliards de tonnes de béton. Bien sûr, c'est la Chine qui fait croître le plus la consommation. »*

Données :

Elément	H	C	O	Si	Ca
Masses molaires (en $\text{g.mol}^{-1}$ )	1,00	12,0	16,0	28,1	40,1

Constante molaire des gaz parfaits :  $R = 8,31\text{ J.mol}^{-1}\text{.K}^{-1}$

Enthalpie standard de formation à  $298\text{ K}$

	$\text{CaCO}_3\text{ (s)}$	$\text{SiO}_2\text{ (s)}$	$\text{Ca}_3\text{SiO}_5\text{ (s)}$	$\text{CO}_2\text{ (g)}$
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ.mol}^{-1})$	-1206	-910,0	-2876	-393,1

L'élaboration des ciments se fait dans un four à partir d'un mélange de 80% de calcaire  $\text{CaCO}_3$  et de 20% d'argile, qu'on considère comme un mélange composé d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et de silice  $\text{SiO}_2$ .

Le composé majoritaire obtenu est  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  (noté par les cimentiers  $\text{C}_3\text{S}$ ).

1- Écrire l'équation de réaction notée (1) conduisant notamment à la formation de  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5$  solide à partir des seuls réactifs silice et calcaire. Quel autre produit apparaît pendant la réaction (il s'agit d'un corps pur composé) ?

2- Calculer l'enthalpie standard de réaction  $\Delta_r H_1^\circ$  de la réaction (1) à  $298\text{ K}$ .

3- Calculer la chaleur qu'il faut fournir à pression constante et température constante ( $P = P^\circ$  et  $T = 298\text{ K}$ ) à une tonne de calcaire  $\text{CaCO}_3$  pour le transformer, par la réaction (1), en  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5(\text{s})$ . Calculer la masse de  $\text{CO}_2\text{ (g)}$  ainsi produite.

4- Pour alimenter le four, on suppose que l'énergie est apportée par la combustion du méthane  $\text{CH}_4(\text{g})$  avec  $\text{O}_2(\text{g})$ .

a) Ecrire l'équation bilan réaction notée (2) de la réaction.

b) Quelle masse de méthane faut-il brûler pour apporter l'énergie nécessaire à la transformation d'une tonne de  $\text{CaCO}_3(\text{s})$  en  $\text{Ca}_3\text{SiO}_5(\text{s})$ , à la pression  $P^\circ$  et à la température constante de  $298\text{ K}$  ? On donne l'enthalpie standard de la réaction de combustion du méthane, écrite avec la convention  $v = -1$  pour  $\text{CH}_4(\text{g})$  :  $\Delta_r H_2^\circ = -690\text{ kJ.mol}^{-1}$

c) Quelle masse de dioxyde de carbone est ainsi produite ?

d) Dans le contexte actuel, quel commentaire pouvez-vous faire sur l'industrie cimentière ?